

1. Las siguientes son dos representaciones en variables de estado de un sistema de segundo orden

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [1 \quad 0] \mathbf{z}(t) \end{cases}$$

Si $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ y la matriz \mathbf{A} tiene autovalores $\lambda_1 = -3$ y $\lambda_2 = -5$ con sus correspondientes autovectores $\mathbf{v}_1 = [-3 \quad 1]^t$ y $\mathbf{v}_2 = [1 \quad 0]^t$.

- (a) Halle las matrices \mathbf{A} , \mathbf{b} y \mathbf{C} .
- (b) Halle el equivalente discreto del sistema expresado en las variables \mathbf{z} , para entrada constante en cada intervalos de muestreo, si $T=0.1$ seg.
2. Para las ecuaciones de estado de un sistema no lineal: $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(x_1 - a) \\ x_2(x_2 - b) \end{bmatrix}$
- (a) Halle todos los puntos de equilibrio y linealice las ecuaciones de estado en torno a cada punto hallado.
- (b) Clasifique cada punto de equilibrio y esquematice las trayectorias de estado posibles en el plano x_1 - x_2 .
- (c) Analice si las conclusiones obtenidas pueden extenderse al sistema no lineal.

3. Un sistema se modela mediante la siguiente ecuación de estado: $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t)$, donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}, \alpha \neq \beta.$$

- (a) Halle la matriz de transición de estados $\Phi = e^{\mathbf{A}t}$.
- (b) Suponiendo $\alpha \neq \beta$, ¿qué condición debería imponer a los valores “c” ó “d” para que el sistema sea controlable en tiempo continuo?
4. Teoría
- (a) Comente las ventajas y desventajas que Usted aprecia que tiene la realimentación de estados en la asignación de polos en comparación con el método clásico del lugar de las raíces.
- (b) ¿Por qué es importante calcular los márgenes de fase y ganancia en un sistema regulador para el cual ya se han preseleccionado los polos de lazo cerrado mediante una realimentación de estados?
- (c) ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de un controlador del tipo “dead-beat”?
- (d) Si tuviera que relocalizar los polos de un sistema de orden 15 y la única restricción de diseño fuera el tiempo de establecimiento, explique una alternativa de diseño para este caso.

5. El sistema de tercer orden representado en variables de estado por $\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$ se realimenta con una señal de control proporcional al vector de estados $u(t) = -[3 \quad 1 \quad 2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$; resultando en la

$$\text{matriz } \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \text{ si } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}:$$

- (a) Determine los autovalores del sistema antes y después de incluir la realimentación.
- (b) Justifique si es posible modificar la ganancia \mathbf{L} de modo de asignarle al sistema realimentado autovalores bajo la condición $Re(\lambda_i) < -2$. (No intente hallar \mathbf{L}).